INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

SSC EXAM

HANDWRITTEN NOTES

LATEST EDITION

SSC-CPO

DELHI POLICE SI & CAPF

HANDWRITTEN NOTES

भाग - 4 गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)

INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

SSC - CPO

DELHI POLICE SI & CAPF

भाग – 4

गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)

प्रस्तावना

*प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स "**SSC CPO (DELHI POLICE SI & CAPF)**" को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **कर्मचारी चयन आयोग (SSC)**, द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा "**SSC CPO (DELHI POLICE SI & CAPF)**" भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगें* **/**

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302017 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : http://www.infusionnotes.com

Online Order at ➡ https://bit.ly/ssc-cpo-notes

Whatsapp Link - https://wa.link/ij0u1e

मूल्य : ₹

संस्करण : नवीनतम (2023)

गणित

1. संख्या प्रणाली	1
2. वर्ग और वर्गमूल	18
3. बीजगणित	28
4. प्रतिशतता	43
5. लाभ और हानि	61
6. साधारण ब्याज	77
7. चक्रवृद्धि ब्याज	92
8. अनुपात – समानुपात	102
9. त्रिकोणमिति	112
10. औसत	119
11. ज्यामिति	131
12. क्षेत्रमिति	161
13. सांख्यिकी	189
14. डाटा इन्टरप्रिटेशन	211
15. सरलीकरण	231
16. चाल , समय और दुरी	237
17. कार्य और समय	248
18. मिश्रण	260
19. आयु	271
20. साझा	279
21. इकाई अंक और भाजकता नियम	291
22. लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	315

अध्याय – 2

वर्ग और वर्गमूल

वर्ग (Square)

वर्ग – किसी संख्या की घात 2 अर्थात् किसी संख्या को उसी संख्या से गुणा करने पर वर्ग प्राप्त होता है ।

$a^2 = a \times a$

जैसे :-

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$	$22^2 = 484$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$	$23^2 = 529$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$	$24^2 = 576$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$	$26^2 = 676$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$	$27^2 = 729$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$	$28^2 = 784$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$	$29^2 = 841$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$	$30^2 = 900$

$31^2 = 961$	$41^2 = 1681$	$51^2 = 2601$
$32^2 = 1024$	$42^2 = 1764$	$52^2 = 2704$
$33^2 = 1089$	$43^2 = 1849$	$53^2 = 2809$
$34^2 = 1156$	$44^2 = 1936$	$54^2 = 2916$
$35^2 = 1225$	$45^2 = 2025$	$55^2 = 3025$
$36^2 = 1296$	$46^2 = 2116$	$56^2 = 3136$
$37^2 = 1369$	$47^2 = 2209$	$57^2 = 3249$
$38^2 = 1444$	$48^2 = 2304$	$58^2 = 3364$
$39^2 = 1521$	$49^2 = 2401$	$59^2 = 3481$
$40^2 = 1600$	$50^2 = 2500$	$60^2 = 3600$

$61^2 = 3721$	$71^2 = 5041$	$81^2 = 6561$
$62^2 = 3844$	$72^2 = 5184$	$82^2 = 6724$
$63^2 = 3969$	$73^2 = 5329$	$83^2 = 6889$
$64^2 = 4096$	$74^2 = 5476$	$84^2 = 7056$
$65^2 = 4225$	$75^2 = 5625$	$85^2 = 7225$
$66^2 = 4356$	$76^2 = 5776$	$86^2 = 7396$
$67^2 = 4489$	$77^2 = 5929$	$87^2 = 7569$
$68^2 = 4624$	$78^2 = 6084$	$88^2 = 7744$
$69^2 = 4761$	$79^2 = 6241$	$89^2 = 7921$
$70^2 = 4900$	$80^2 = 6400$	$90^2 = 8100$

$91^2 = 8281$	$101^2 = 10201$	$111^2 = 12321$
$92^2 = 8464$	$102^2 = 10404$	$112^2 = 12544$
$93^2 = 8649$	$103^2 = 10609$	$113^2 = 12769$
$94^2 = 8836$	$104^2 = 10816$	$114^2 = 12996$
$95^2 = 9025$	$105^2 = 11025$	$115^2 = 13225$
$96^2 = 9216$	$106^2 = 11236$	$116^2 = 13456$
$97^2 = 9409$	$107^2 = 11449$	$117^2 = 13689$
$98^2 = 9604$	$108^2 = 11664$	$118^2 = 13924$
$99^2 = 9801$	$109^2 = 11881$	$119^2 = 14161$
$100^2 = 10000$	$110^2 = 12100$	$120^2 = 14400$
$121^2 = 14641$		
$122^2 = 14884$		
$123^2 = 15129$		
$124^2 = 15376$		
$125^2 = 15625$		

Important Rules :-

Rule 1. 26 से 75 तक का वर्ग ज्ञात करने की विधि :- 26 से 75 तक संख्याओं का वर्ग ज्ञात करने के लिए मध्य की संख्या 50 को आधार मानते हैं । जिस संख्या का वर्ग ज्ञात करना हो उस संख्या का 50 से अंतर कर देते हैं । संख्या 50 से जितनी कम या अधिक हो उस का वर्ग करके 2 अंकों में लिखते हैं । (यदि वर्ग 1 अंक में हो तो पहले शून्य लगाकर दो अंक बनाते हैं और यदि 3 अंक में हो तो तीसरे अंक को हासिल के रूप में लेते हैं) फिर संख्या 50 से जितनी कम

हैं उसे 25 में से घटाकर व 50 से जितने अधिक हैं उसे 25 में जोड़कर लिखते हैं यदि हासिल हो तो उसे भी जोड़कर लिखते हैं ।

उदाहरण :-

- 36^2 = 50 – 36 = 14

14^2 = 196 (यहाँ 96 लिखेंगे तथा 1 को हासिल रखेंगे)

25-14 = 11

11 + 1 = 12 ∴ 36^2 = 1296

- 48^2 = 50 – 48 = 2

2^2 = 04

25-2 = 23 ∴ 48^2 = 2304

- 53^2 = 53 – 50 = 3

3^2 = 09

25 + 3 = 28 ∴ 53^2 = 2809

- 42^2 = 50 – 42 = 8

8^2 = 64

25-8 = 17 ∴ 42^2 = 1764

- 72^2 = 72 – 50 = 22

22^2 =484 (यहाँ 84 लिखेंगे तथा 4 को हासिल रखेंगे)

25 + 22 = 47

47 + 4 = 51 ∴ 72^2 = 5184

- 59^2 = 59 – 50 = 9

9^2 = 81

25 + 9 = 34 ∴ 59^2 = 3481

Rule 2. 76 से 125 तक का वर्ग ज्ञात करने की विधि :- 76 से 125 तक संख्याओं का वर्ग ज्ञात करने के लिए मध्य की संख्या 100 को आधार मानते हैं | जिस संख्या का वर्ग ज्ञात करना हो उस संख्या का 100 से अंतर कर देते हैं | संख्या 100 से जितनी कम या अधिक हो उस का वर्ग करके 2 अंकों में लिखते हैं | (यदि वर्ग 1 अंक में हो तो पहले शून्य लगाकर दो अंक बनाते हैं और यदि 3 अंक में हो तो तीसरे अंक को हासिल के रूप में लेते हैं |) फिर संख्या 100 से जितनी कम हो उसे उसी संख्या में से घटाकर तथा जितनी अधिक हो उसे उसी संख्या में जोड़कर लिखते हैं | यदि हासिल हो तो उसे भी जोड़कर लिखते हैं |

उदाहरण :-

- 98^2 = 100 – 98 = 2

2^2 = 04

98-2 = 96 ∴ 98^2 = 9604

- 93^2 = 100 – 93 = 7

7^2 = 49

93-7 = 86 ∴ 93^2 = 8649

- 76^2 = 100 – 76 = 24

24^2 = 576 (यहाँ 76 लिखेंगे तथा 5 को हासिल रखेंगे)

76 -24 = 52

52 + 5 = 57 ∴ 76^2 = 5776

- 118^2 = 118 – 100 = 18

18^2= 324 (यहाँ 24 लिखेंगे तथा 3 को हासिल रखेंगे)

118 + 18 = 136

136 + 3 = 139 ∴ 118^2 = 13924

- 103^2 = 103 – 100 = 3

3^2 = 09

103 + 3 = 106 ∴ 103^2 = 10609

- 106^2 = 106 – 100 = 6

6^2 = 36

3. मध्य खण्ड़ में दोनो अंकों का गुणनफल = $4 \times 7 = 28$
4. मध्य खण्ड़ में दोनो अंकों का गुणनफल नीचे एक बार और लिखते हैं।
5. योगफल संख्या का अभीष्ट वर्ग होता हैं।
6. अभीष्ट वर्ग = 2209

Example: $97^2 = 97 \times 97$

$$97^2 = 81 \quad 63 \quad 49$$
$$\quad\quad\quad 63$$
$$\quad 94 \quad 0 \quad 9$$

संकेत

1. प्रथम खण्ड़ में दहाई अंक का वर्ग = 9^2 = 81
2. तीसरे खण्ड़ में इकाई अंक का वर्ग = 7^2= 49
3. मध्य खण्ड़ में दोनो अंकों का गुणनफल = $9 \times 7 = 63$
4. मध्य खण्ड़ में दोनो अंकों का गुणनफल नीचे एक बार और लिखते हैं।
5. योगफल संख्या का अभीष्ट वर्ग होता हैं।
6. अभीष्ट वर्ग = 9407

3. आधार अथवा उपाधार के सापेक्ष किसी संख्या में जो न्यूनता अथवा अधिकता हो, उस न्यूनता अथवा अधिकता को उस संख्या में से कम - अधिक कर उसमें उसका वर्ग जोड़ते हैं। न्यूनता अथवा अधिकता को विचलन भी कहा जाता है।

Example: $12^2 = 12 \times 12$

$$12^2 = 12 \times 12$$
$$12 \quad\quad +2$$
$$= 12 + (+2) / 2^2$$
$$= 14 / 4$$
$$= 144$$

4. **इष्ट संख्या विधि** - यदि संख्या x तथा इष्ट संख्या a हो तो $x^2 = (x + a)(x - a) + a^2$ सूत्र द्वारा किसी भी संख्या का वर्ग ज्ञात किया जा सकता है।

Example: $32^2 = 32 \times 32$

इष्ट संख्या = 2

$32^2 = (32+2)(32-2) + 2^2$

$= 34 \times 30 + 4$

$= 1020 + 4$

$= 1024$

Example : $89^2 = 89 \times 89$

इष्ट संख्या = 1

$89^2 = (89+1)(89-1) + 1^2$

$= 90 \times 88 + 1$

$= 7920 + 1$

$= 7921$

Example: $32^2 = 32 \times 32$

32 के अंक समूह = 3, 32 व 2

32^2 = 3 का द्वन्द्व योग / 32 का द्वन्द्व योग / 2 का द्वन्द्व योग

$= 3^2 / (3\times2) \times 2 / 2^2$

$= 9 / 12 / 4$

$= 9 / {}_12 / 4$

$= 1024$

Example: $342^2 = 342 \times 342$

342 के अंक समूह = 3, 34, 342, 42 व 2

$342^2 = 3^2 / (3\times4) \times 2 / (3\times2) \times 2 + 4^2 / (4\times2) \times 2 / 2^2$

$= 9 / 24 / 12+16 / 16 / 4$

$= 9 / 24 / 28 / 16 / 4$

$= 9 / {}_24 / {}_28 / {}_16 / 4$

$= 116964$

वर्गमूल

(1) किसी संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए 2 -2 अंकों के जोड़े बनाये जाते हैं ! जोड़े हमेशा दाईं और से बनते हैं !

जैसे = $\sqrt{3\ 62\ 54\ 46}$

(2) दशमलव के बाद वाली संख्या के जोड़े बाई और से बनते हैं ! जैसे -

$\sqrt{54\ .62\ 45\ 20}$

(3) दशमलव संख्याओं का वर्गमूल संख्या से बड़ा होता है !

जैसे -

$\sqrt{0.1}$ = 0.3162	$\sqrt{0.2}$ = 0.4472
$\sqrt{0.3}$ = 0.5477	$\sqrt{0.4}$ = 0.6324
$\sqrt{0.5}$ = 0.7071	$\sqrt{0.6}$ = 0.7745
$\sqrt{0.7}$ = 0.8366	$\sqrt{0.8}$ = 0.8944
$\sqrt{0.9}$ = 0.9486	

दशमलव संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात करने का तरीका :-

```
        0.632
   6  | 0.400000
   6  | 36
 -----|------
 123  | 400
   3  | 369
 -----|------
1262  | 3100
   2  | 2524
 -----|------
1264  | 576
```

(4) किसी संख्या का वर्गमूल हमेशा धनात्मक व ऋणात्मक दोनों होता है ! जैसे - $\sqrt{4}$ = ±2 , $\sqrt{25}$ = ± 5

(5) किसी संख्या में इकाई के स्थान पर 2,3,7,8 हो तो वह संख्या कभी भी पूर्ण वर्ग संख्या नहीं होती है !

(6) 1 से 9 तक संख्याओं के वर्गमूल –

$\sqrt{1}$ = 1.00	$\sqrt{2}$ = 1.4142
$\sqrt{3}$ = 1.732	$\sqrt{4}$ = 2.00
$\sqrt{5}$ = 2.236	$\sqrt{6}$ = 2.449
$\sqrt{7}$ = 2.654	$\sqrt{8}$ = 2.828
$\sqrt{9}$ = 3.00	

(7) वर्गमूल ज्ञात करने की संक्षिप्त विधि –

Table :1

1 = 1,9
4 = 2,8
5 = 5
6 = 4,6
9 = 3,7

किसी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए संख्या का इकाई का अंक देखते हैं ! इकाई के अंक का मान सारणी के अनुसार रख देते हैं ! फिर इकाई व दहाई दो अंकों को छोड़ देते हैं शेष बचे अंकों से पहले की पूर्ण वर्ग संख्या देखते हैं ! उसका मान लिख देते हैं ! इस प्रकार हमारे पास दो विकल्प बनते हैं फिर बचे हुए अंकों व उससे पहले तथा बाद की पूर्ण वर्ग संख्या की तुलना करते हैं ! यदि पहले वाली पूर्ण वर्ग संख्या के पास हैं तो छोटी संख्या तथा बाद वाली पूर्ण वर्ग संख्या के पास हैं तो बड़ी संख्या उत्तर होगा ! **उदाहरण** –

$\sqrt{3364}$

25   36   52

58 ans.

दी गई संख्या 3364 का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए इकाई का अंक 4 मिलता हैं ! सारणी से 4 का मान 2 व 8 लिख देते हैं ! फिर दो अंक छोड़ने के बाद शेष बचा 33 अतः 33 से पहले पूर्ण वर्ग संख्या है ! 25 , इसलिए 25 का वर्गमूल अर्थात 5 होता है ! इस प्रकार हमारे पास दो विकल्प हुए 52 व 58 , फिर देखते हैं कि 33 से

Q.40 $\sin^2 1^\circ + \sin^2 3^\circ + \sin^2 5^\circ + ---- + \sin^2 85^\circ + \sin^2 87^\circ + \sin^2 89^\circ$ का मान क्या होगा ?

Ans 1 , 3 , 6 , 7 , ------89

$\frac{89-1}{2} + 1 \quad = 44 + 1 \quad = 45$

$= 22\frac{1}{2}$ **ans.**

अध्याय – 10

औसत (AVARAGE)

औसत $= \frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$

औसत के Topic में तीन प्रमुख शब्द है , योग , औसत , राशियों का अध्ययन किया जाता है !

I. योग बड़ी होती है जो गुणा करने से प्राप्त होती है !
II. औसत व राशियों भाग देने से प्राप्त होती है !

$\frac{1.332}{5} = 0.2664$ ↑

⇒ **5 का भाग देने का तरीका :-**

किसी संख्या में 5 का भाग देने के लिए इकाई का अंक बाद (.) दशमलव लगा कर दुगुना करना चाहिए !

भाजकता के नियम के आधार पर :-

- अभाज्य संख्या- 2 , 3 ,5 , 7 ,11 ,13 ,-----
- भाज्य संख्या- 4 , 6 , 8 ,9 , 10 , 12 --
- मूल संख्या - 1 इसका भाग सभी पूर्ण संख्या में चला जाता है !

Q.1 2 प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का औसत कितना होता है !

भाजकता के नियम के आधार पर :-

- अभाज्य संख्या–2 , 3 , 5 ,7 , 11 , 13
- भाज्य संख्या - 4 , 6 , 8 , 9 , 10 , 12 -
- मूल संख्या - 1 इसका भाग सभी पूर्ण संख्या में चला जाता है !

$\frac{2+3+5+7+11}{5} = \frac{28}{5} = 5.6$

Note:- 1 से 100 तक अभाज्य संख्या = 25

सबसे छोटी सम अभाज्य संख्या = 2

⇒ औसत ज्ञात करने के लिए दिए गए आँकड़ों को दो वर्गों में बाँट सकते है !

I. अव्यवस्थित संख्याओं का औसत :- जैसे क्रमागत अभाज्य संख्या का औसत ज्ञात करने के लिए राशियों को जोड़कर , राशियों की संख्या का भाग देना पड़ेगा !

II. व्यवस्थित संख्याओं के लिए औसत :- यदि औसत के लिए दिए गए संख्याओं में अन्तर समान हो तो अर्थात समान्तर श्रेणी की संख्याएँ हो तो उनका औसत ज्ञात करने के दो अन्य तरीके –

a) दी गई संख्याओं के लिए औसत उनके संख्या विस्तार के बीच में पाया जायेगा अर्थात मध्य वाली संख्या औसत होगी ! क्योंकि औसत का एक दूसरा नाम मध्यमान होता है ! – माध्य , समान्तर माध्य

b) यदि दी गई संख्याओं की श्रेणी लम्बी हो तो उसमें से बीच वाली संख्या मालूम करना कठिन होगा इसलिए औसत = $\frac{\text{प्रथम+अन्तिम}}{2}$ से भी ज्ञात कर सकते हैं !

Q.2 50 और 100 के बीच आने वाली सभी 7 से भाजित संख्या का औसत

56 63 70 77 84 91 98

औसत 77 $\frac{56+98}{2} = \frac{154}{2} = 77$

Q.3 3 9 15 21 27

औसत = 15 $\frac{3+27}{2} = 15$

Q.4 7 के प्रथम चार गुणांकों का औसत

7 21 35 49

$\frac{56}{2} = 28$

Note :- 1 से n तक वर्ग संख्याओं का योग सूत्र

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Note :- 1 से n तक संख्या का योग

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

Q.5 1 से 50 तक अभाज्य संख्या = 2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19 , 23 , 29 , 31 , 37 , 41 , 43 , 47 = 15 होती है !

यदि अलग – अलग समूहों की औसत दी गई हो तो उसका एक साथ औसत ज्ञात करने का तरीका–

सूत्र = $\frac{\text{एकीकृत योग}}{\text{कुल राशियाँ}}$

Q.6 यदि 55 , 60 और 45 विद्यार्थियों के तीन समूहों के औसत अंक क्रमशः 50 , 55 और 60 हैं , तो सभी विद्यार्थियों को मिलाकर औसत अंक लगभग है –

(a) 54.68 (c) 55
(b) 53.33 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Ans $\frac{60 \times 55 + 55 \times 50 + 45 \times 60}{160} = 54.68$

Q.7 x संख्याओं का औसत y है और y संख्याओं का औसत x है तद्नुसार सभी संख्याओं का कुल औसत कितना होगा ?

Ans $\frac{xy+xy}{x+y} = \frac{2xy}{x+y}$

Q.8 कृषि श्रमिक और नरेगा श्रमिक का अनुपात 5 : 8 है ! यदि इनकी मजदूरी का औसत क्रमशः K और R है तो सब का एक साथ योग ज्ञात करो !

$\frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}} = \frac{5K+8R}{13}$

Q.9 कुछ श्रमिकों की औसत वार्षिक आय (रु. में) S है तथा अन्य श्रमिकों की वार्षिक आय T है ! कृषि श्रमिकों की संख्या अन्य श्रमिकों की संख्या का 11 गुणा है , तब सभी श्रमिकों की औसत मासिक आय (रु में) होगी !

Ans $\frac{11S+1\times T}{11+1} = \frac{11S+T}{12}$

Q.24 एक समूह की 11 संख्याओं का औसत 28 या उनमें से प्रत्येक में x जोड़ने पर नया औसत 31 हो गया तो x का मान

Ans x = 3 होगा

Note :- क्रमिक विषम संख्याओं में उनके बीच वाली संख्या औसत होती हैं !

योग = औसत + आदमी संख्या

\# Add और Remove के प्रश्नों में सदस्यों की संख्या में बदलाव होता है ! इसलिए नये जुड़ने वाले व अलग होने वाले व्यक्ति का मान ज्ञात करने के लिए

बड़ा योग - छोटा योग

Q.25 एक नाव में बैठे हुए 5 व्यक्तियों का औसत भार 38 किग्रा है ! उसी नाव का और उसमें बैठे व्यक्तियों का औसत भार 52 किग्रा हैं ! तदनुसार उस नाव का भार कितना हैं ?

(1) 228 किग्रा (3) 232 किग्रा
(2) 122 किग्रा (4) 242 किग्रा

Solution

6 का योग - 5 का योग

6 x 52 - 5 x 38 = 122 (नाव)

\# Replace के प्रश्नों में समूह में सदस्यों की संख्या यथावत रहती है ! !

सूत्र ⇒ आने वाला = जाने वाला ± समूहों में वृद्धि / कमी .

समूहों में होने वाली कमी या वृद्धि औसत की वृद्धि या कमी को सदस्यों की संख्या से गुणा कर ज्ञात किया जाता हैं !

Q.26 यदि 30 और 34 वर्ष के दो व्यक्तियों के स्थान पर 2 नए व्यक्ति एक समूह में शामिल कर जाये तो 8 व्यक्तियों के उस समूह की औसत आयु में 3 वर्षों की वृद्धि हो जाती है ! तदनुसार उन दो नए व्यक्तियों की औसत आयु कितनी है !

Solution :-

2 आने वाले = 2 जाने वाले ± कमी / वृद्धि

= 64 + 8 x 3

2 आने वाले = 88

2 आने वाले व्यक्ति का जोड़ 88 साल है तो उनका औसत 44 होगा !

Q.27 यदि एक कक्षा में 30 किलोग्राम भार का छात्र चला जाये और एक नया छात्र आ जाये तो कक्षा में 20 छात्रों का औसत भार 0.75 किलोग्राम अधिक हो जायेगा ! तदनुसार नए छात्र का भार (किलोग्राम में) ज्ञात कीजिए !

(1) 35 (3) 45
(2) 40 (4) 50

Solution :-

आने वाला = जाने वाला ± वृद्धि / कमी

$= 30\ kg + 20 \times \frac{3}{4}$

आने वाला = 45 kg .

Note :- मिश्रण के नियम की उपयोगिता :-

Q. 7 रुपए औसत भाव वाले गेहूँ को 18 रु. औसत भाव के गेहूँ में किस अनुपात में मिलाये जिससे 15 रु. का औसत भाव प्राप्त हो !

7 रु. 15 रु. 18 रु.

3 : 8

यानि 11 kg = 165 रु.

1 kg = 15 रु.

Q.28 एक विद्यालय में सभी कर्मचारियों का औसत वेतन रु. 10000 है उनमें 20 शिक्षकों का

INFUSION NOTES WHEN ONLY THE BEST WILL DO

116 − 88 = 28

∵ 14 छात्रों में 2 औसत ज्यादा दे दिया तो हम पूर्ण औसत से कम कर देने 14 छात्रों का औसत = 71

∴ 71 − 2 = 69

2 Method

सही औसत $= \frac{\text{गलत औसत} + (\text{सहिमान} - \text{उपलब्ध मान})}{\text{कुल अवयव}}$

$= 71 + \left[\frac{(56+32)-(42+74)}{14}\right]$

$= 71 + \left[\frac{-28}{14}\right]$

= 69 Ans.

(3) कोई कम्पनी प्रतिमास जो वस्तुए बनाती है उसका औसत पहले 3 महिने का 4000 है अगले 9 महिने में प्रतिमास औसत न में कितनी वस्तुए बनाये ताकि पूरे वर्ष में वस्तुओं का प्रतिमास औसत 4375 हो ?

हल→ 3 महिने का औसत = 4000

1 वर्ष का औसत = 4375

9 महिने का औसत = $\left[\frac{1 \text{ वर्ष का औसत} - 3 \text{ महिने का औसत}}{9}\right]$

$= \left[\frac{12 \times 4375 - 3 \times 4000}{9}\right]$

= 4500 Ans.

(4) किसी कक्षा में 30 लड़कों की औसत आयु 15 वर्ष है एक लड़के ने जिसकी आयु 20 वर्ष की है कक्षा छोड़ दी और उनके स्थान पर दो और लड़के कक्षा में आये जिनकी औसत आयु में 5 वर्ष का अन्तर है यदि सभी लड़कों की औसत आयु 15 वर्ष हो जाये तो नए आने वाले लड़कों में छोटे की आयु हैं?

हल→ एक छात्र के जाने के बाद औसत

= (30 x 15 -20) = 430

दो नए छात्र आने के बाद औसत

= (31 x 15) = 465

दोनों छात्रों की आयु = 465 − 430 = 35

∵ दोनों की आयु का अन्तराल = 5

x − y = 5

x + y = 35

x = 20 , y = 15

अत: छोटे की आयु = 15 वर्ष Ans

(5) किसी परीक्षा में 120 प्रत्याशियों द्वारा प्राप्त अंकों का अंकों का औसत 35 है उतीर्ण प्रत्याशियों द्वारा प्राप्त अंकों का औसत 39 है और अनुतीर्ण प्रत्याशियों द्वारा प्राप्त अंकों का औसत 15 है परीक्षा में उतीर्ण प्रत्याशियों की संख्या कितनी हैं ?

हल→ Pass Fail

39 15

35

20 4

5 : 1

100 : 20

कुल छात्र = 120

अत: उतीर्ण छात्र = 100 Ans

(6) P और Q की औसत मासिक आय 8500 है Q तथा R की औसत आय 6450 रु. है तथा P और R की औसत आय 7300 रु. है तो Q की मासिक आय कितनी हैं ?

हल→ ∵ P + Q = 2 x 8500 = 17000

Q + R = 2 x 6450 = 12900

P + R = 2 x 7300 = 14600

2 (P + Q + R) = 44500

P + Q + R = 22250

Q = 22250 – (P +R)

Q = 22250 – 14600

Q = 7650 Ans

(7) किसी परिवार के 6 पुत्रों की औसत आयु 8 वर्ष है पुत्रों और उनके माता-पिता को मिलाकर उनकी औसत आयु 22 वर्ष है यदि पिता उनकी माता से 8 वर्ष बड़ा है तो माता की आयु कितने वर्ष हैं ?

हल→ पुत्रों की आयु = 6 x 8 = 48

माता पिता को मिलाकर आयु = 8 x 22 = 176

माता – पिता की आयु = 176 – 48 = 128

माता + पिता = 128

माता – पिता = 8

पिता = 68 , माता = 60

(8) तीन व्यक्तियों A, B और C का भार 84 kg है D को सम्मिलित करने के बाद इन चारों का औसत भार 80 kg हो जाता है यदि E का भार D के भार से 3 kg अधिक है A को प्रतिस्थापित कर दे तो B, C, D, E का औसत भार 79 हो जाता हैं तो A का भार बताइए ?

हल→ A + B + C = 84 x 3 = 252 --- (1)

A + B + C + D = 80 x 4 = 320 --- (2)

B + C + D + E = 79 x 4 = 316 --- (3)

∵ (2) – (1) करने पर

D = 320 – 252

D = 68

Now we know D के भार से 3 kg ज्यादा E का भार है

E = 68 + 3 = 71

∵ (3) – (2) करने पर

A – E = 4

A = 71 + 4 = 75 Ans

(9) 12 पार्सलों का औसत भार 1.8 kg है नए पार्सल को सम्मिलित कर लिया जाये तो औसत भार में 50 ग्राम की कमी हो जाती है नए पार्सल का भार होगा ?

हल→ 50 gm = 0.5 kg की कमी

13 x 0.5 = .65

कमी = 1/8 - .65

= 1.15 Ans

(10) 20 मापों का संग्रह का औसत 56 cm ज्ञात किया हो किन्तु बाद में पता चला कि एक माप लिखने में गलती हो गयी है जोकि 61 cm के स्थान पर 64cm लिख दी गई सही औसत क्या होगी ?

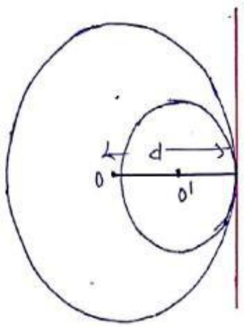
हल→ $56 + \left[\frac{61-64}{20}\right]$

$56 + \left[\frac{-3}{20}\right]$

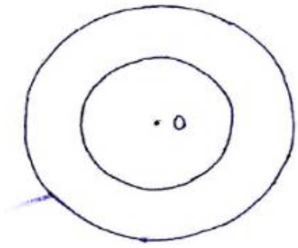
= 55.85 Ans.

(11) तीन वर्ष पहले 5 सदस्यों वाले एक परिवार की औसत आयु वर्ष 17 थी तत्पश्चात एक बच्चे के उपरान्त आज भी परिवार की औसत आयु उतनी ही है बच्चे की वर्तमान आयु हैं ?

हल→ 3 वर्ष पूर्व 5 सदस्यों की आयु = 17 x 5

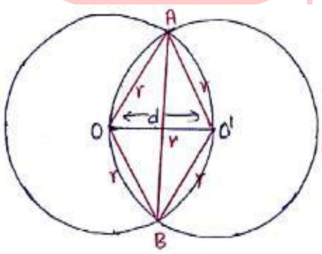


d = 0



$d = r_1 - r_2$

⇒ जब समान त्रिज्या के दो वृत्त एक दूसरे के केन्द्र से गुजर रहे हो –



OO" = d = r

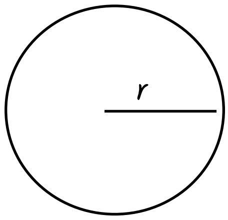
AB = $\sqrt{3}\,r$ → समबाहु Δ की ऊचाई x2

अध्याय – 12

क्षेत्रमिति (2D)

- **परिमाप** = सभी बाहरी सीमाओं की लम्बाई का योग , परिमाप होता है
- **क्षेत्रफल** = बाहरी सीमा द्वारा घेरा गया क्षेत्र, क्षेत्रफल होता है !

वृत्त (Circle) :-

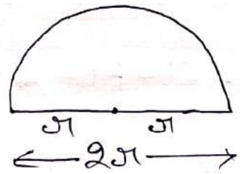


- परिधि = $2\pi r$
- क्षेत्रफल = πr^2

अर्द्धवृत्त (Semi Circle) : -

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\pi r^2$

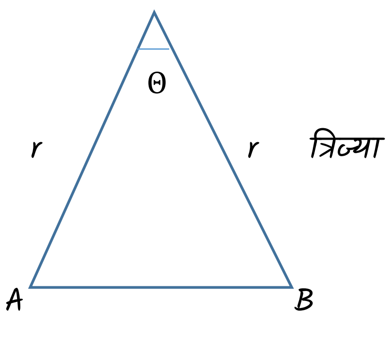
परिमाप = $\pi r + 2r$ = $r(\pi + 2)$



त्रिज्यखंड (Sector)

चाप AB = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

क्षेत्रफल = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$



INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

यदि $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{3}\pi r^2$

तीनो चापो की लम्बाई –

$AB + CD + EF = \frac{1}{3} \times 2\pi r$

समान त्रिज्या के तीन त्रिज्यखंड है –

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \pi r^2$

चापों की लम्बाई $= \frac{1}{2} \times 2\pi r$

$= \pi r$

वृत्त पर आधारित प्रश्न :-

(1) 5 cm त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्यखंड का ज्ञात करे, जो 3.5 cm लम्बाई वाले चाप द्वारा निर्मित है ?

त्रिज्या (r) = 5 cm

चाप (l) = 3.5 cm

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times l \times r$

$= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 5$

$= 8.75\ cm^2$

(2) किसी वर्ग और वृत्त का परिमाप समान है ! यदि वृत्त का क्षेत्रफल 3850 m^2 हो , तब वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करे ?

वर्ग का परिमाप = 4a (यदि भुजा a हो)

वृत्त का परिमाप $= 2\pi r$

$4a = 2\pi r$

$r = \frac{4a}{2\pi}$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$3850 = \pi \times \frac{4a}{2\pi} \times \frac{4a}{2\pi}$

$\frac{7 \times 4 \times a^2}{22} = 3850$

$a^2 = 3025\ m^2$

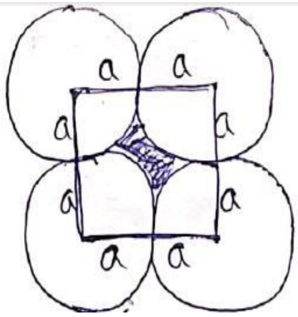
(3) चार वृत्त जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या a यूनिट है ! एक – दूसरे को स्पर्श करते है ! उनके द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल ज्ञात करो !

$= (2a)^2 - (\pi a)^2$

$= 4a^2 - \pi a^2$

$= 4a^2 - \frac{22a^2}{7}$

$= \frac{28a^2 - 22a^2}{7}$ सूत्र $= r^2(4 - \pi)$



क्षे. $= \frac{6a^2}{7}$ यूनिट^2

(4) 21 cm भुजा वाले एक वर्ग अंदर खीचे जा सकने वाले बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल है ?

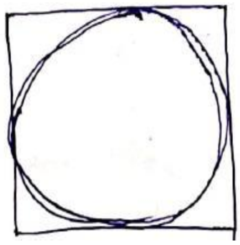
$2r = 21$ cm

$R = \frac{21}{2}$ cm

वृत्त का श्रे. $= \pi r^2$

$= \frac{21}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$

$= \frac{693}{2}$ सेमी.^{2}



(5) 120 cm परिमाप वाले वर्ग में बने बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करे ?

वर्ग का परिमाप $= 4a$ $\quad$ $2r = 30$

$4a = 120$ $\quad$ त्रिज्या $(r) = 15cm$

$a = 30$ cm $\quad$ वृत्त का श्रे. $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times (15)^2$ cm^2

Note :- वृत्त के व्यास की लम्बाई वर्ग की भुजा के बराबर है !

(6) 148 सेमी लम्बे तथा 14 सेमी चौड़े आयत में खीचे गए बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करे

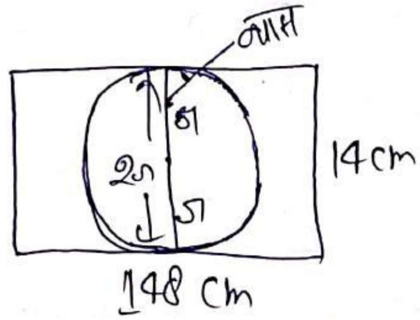
$2r = 14$ cm

$r = 7$ cm

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7^2$

$= 154$ cm^2



(7) a cm त्रिज्या वाले तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते है ! छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करे

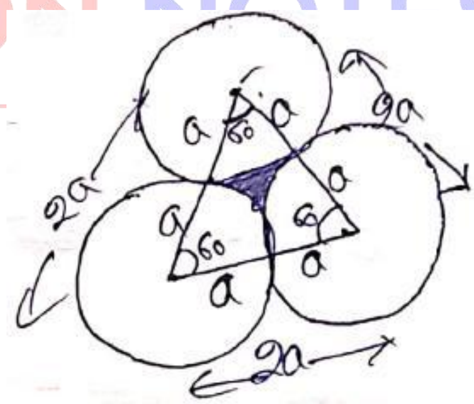
△ की भुजा $= 2a$

समबाहु △ का क्षे. $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4a^2$

$= \sqrt{3}a^2$

तीनो त्रिज्यखंड का क्षे.

$= \frac{1}{2}\pi a^2$



छायांकित भाग क्षे. = त्रिभुज का क्षे. – 3 (त्रिज्यखंड का क्षे.)

$= \sqrt{3}a^2 - \frac{1}{2}\pi a^2$

$= \frac{2\sqrt{3}a^2 - \pi a^2}{2}$

छायांकित भाग का क्षे. $= \frac{a^2(2\sqrt{3} - \pi)}{2}$ cm^2

(8) किसी अर्द्धवृत्त का परिमाप उसके क्षेत्रफल के बराबर है ! व्यास की लम्बाई ज्ञात कीजिए !

अर्द्धवृत्त का व्यास $= r\,(\pi + 2)$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\pi r^2$

$2r + \pi r = \frac{1}{2}\pi r^2$

$r(\pi + 2) = \frac{1}{2}\pi r^2$

$2(\pi + 2) = \pi r$

$r = \frac{4+2\pi}{\pi}$

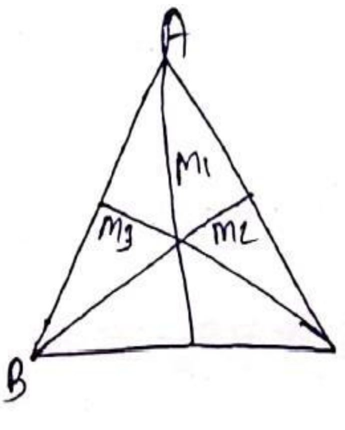
$r = \frac{4}{\pi} + 2$

$2r = 2\left(\frac{4\times 7}{22} + 2\right)$

व्यास $(2r) = 6\frac{6}{11} m$

त्रिभुज (Triangle) :-

ABC एक त्रिभुज है तथा M_1, M_2 तथा M_3 त्रिभुज के मध्यस्थ है !



त्रिभुज का क्षेत्रफल. $=$

$\frac{4}{3}\sqrt{S\,(s-M1)(S-M2)(S-M3\,)}$

$S = \frac{M1+M2+M3}{2}$

 # त्रिभुज की अंतः त्रिज्या (Inradius of Triangle):-

$r = \frac{\Delta}{S}$ $S = \frac{(a+b+c)}{2}$

Δ = त्रिभुज का क्षे.

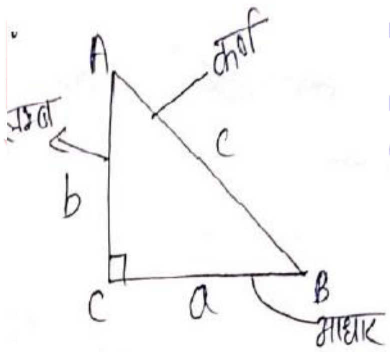
 # त्रिभुज की परित्रिज्य (Circumradius of triangle):-

$R = \frac{abc}{4\,\Delta}$

समकोण त्रिभुज (right angle triangle):-

अंत त्रिज्या (r) $= \frac{a+b-c}{2}$

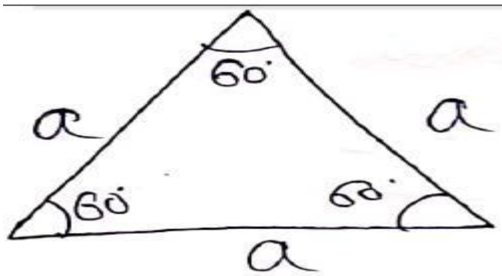
परित्रिज्य (R) $= \frac{c}{2}$



समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle):-

अंत : त्रिज्या (r) $= \frac{a}{2\sqrt{3}}$

परित्रिज्या (R) $= \frac{a}{\sqrt{3}}$



आयत (Rectangle):-

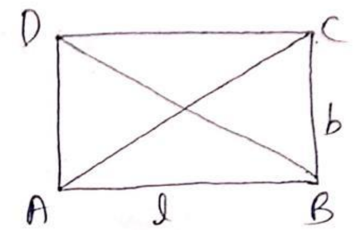
(1) ABCD एक आयत है !

(2) आयत का प्रत्येक कोन 90° का होता है !

(3) आयत के दोनों विकर्ण समान होते है लेकिन एक दूसरे की समद्विभाजित नही करते !

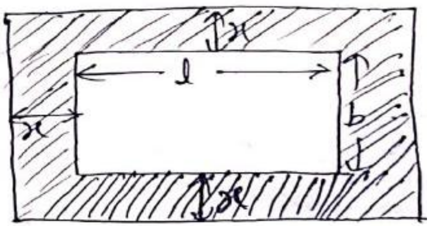
(4) आयत का क्षे. = लम्बाई x चोडाई

(5) परिमाप = 2 (लम्बाई +चोडाई)



आयत के बाहर पथ –

एक पार्क है जिसकी लम्बाई l तथा चोडाई b है ! इसके बाहर x m चौड़ाई का रास्ता बना है,



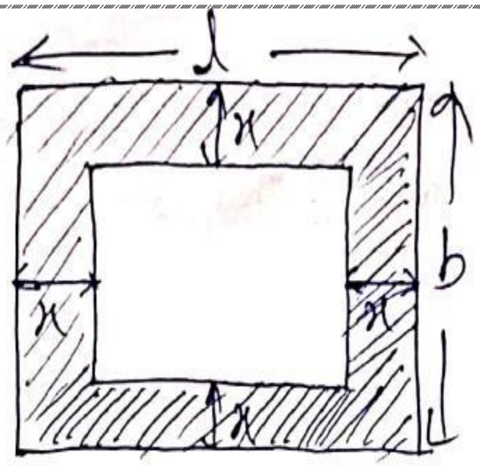
तो पथ का क्षे. = 2x (l+b+2x)

परिमाप = 4 (l+b+2x)

#आयत के अंदर का पथ –

एक पार्क है जिसकी लम्बाई l तथा चीडाई b है इसके अंदर x m चौड़ाई का एक रास्ता बना है !

रास्ते का क्षे. = 2x (l+b-2x)

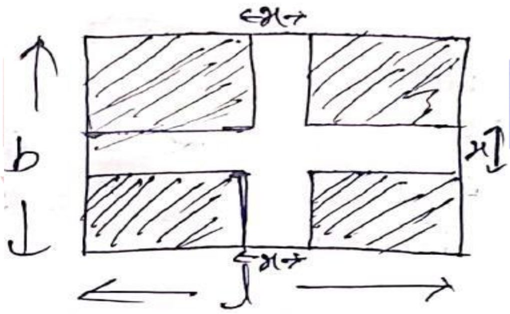


जब पार्क की लम्बाई तथा चौड़ाई के बीच रास्ता बना हो –

तो आयत का शेष (छायांकित क्षे.)

का क्षे. = (l-x) (b-x)

पाथ का क्षे. = $(lx + bx - x^2)$



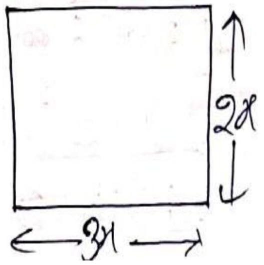
आयत पर आधारित प्रश्न –

(1) किसी आयताकार क्षेत्र की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 3 : 2 है ! यदि आयताकार क्षेत्र का परिमाप 80 m हो तब उसकी चो. ज्ञात करे !

लम्बाई = 3 x

चौड़ाई = 2x

INFUSION NOTES WHEN ONLY THE BEST WILL DO



परिमाप = 2 (l +b)

80 = 2 (3x +2x)

10x = 80

x = 8

चो. = 2x

= 2 x 8

= 16 m

(2) किसी आयताकार में ज़ की सतह के ऊपर का परिमाप 28 m तथा क्षेत्रफल 48 m^2 है विकर्ण की लम्बाई ज्ञात करे

2 (l +b) = 28

(l +b) = 14

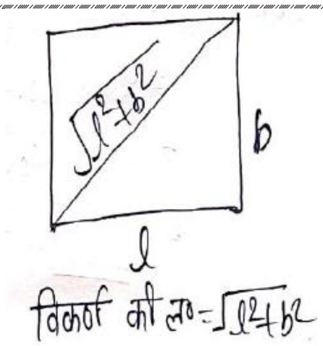
$(l+b)^2 = l^2 + b^2 + 2lb$

$(14)^2 = l^2 + b^2 + 2 \times 48$

$196 = l^2 + b^2 + 96$

$l^2 + b^2 = 100$

$\sqrt{l^2 + b^2} = 10$ m



(3) A किसी आयताकार मैंदान को उसके विकर्ण के अनुदिश 52 मी /मिनट की चाल से चलकर 15 सेकंड में पार करता है तथा B इस मैंदान को उसकी भुजाओ के अनुदिश 68मी./मिनट की चाल से चलकर उतने ही समय में पार करता है ! मैंदान का क्षेत्रफल क्या है ?

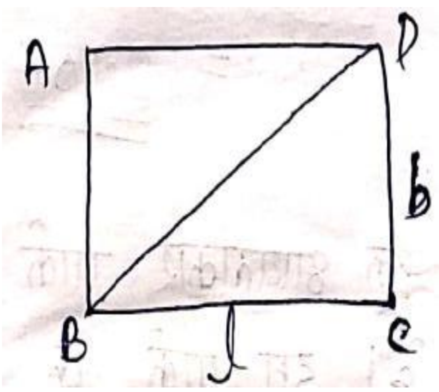
BD की लम्बाई = $\frac{52}{60} \times 15$

BD = 13m

BD = $\sqrt{l^2 + b^2}$

$l^2 + b^2 = 13^2$

$l^2 + b^2 = 169$



पुन:

$l + b = \frac{68}{60} \times 15$

= 17m

$(l+b) = l^2 + b^2 + 2lb$

$(17)^2 = 169 + 2lb$

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

289 – 169 = 2lb

2lb = 120

lb = 60 m^2

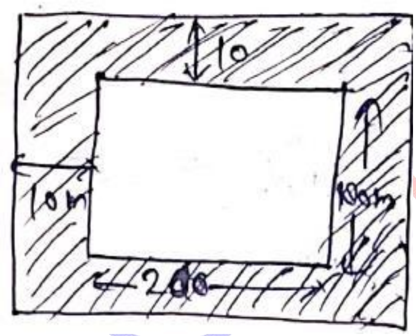
(4) 200 m x 180 m वाले एक आयताकार क्षेत्र के चारो औऱ 10 m चोडा रास्ता है ! रास्ते का क्षेत्रफल ज्ञात करे !

रास्ते का क्षे. = 2x (l + b +2x)

= 2 x 10 (200 +180+20)

= 20 x 400

= 8000 m^2



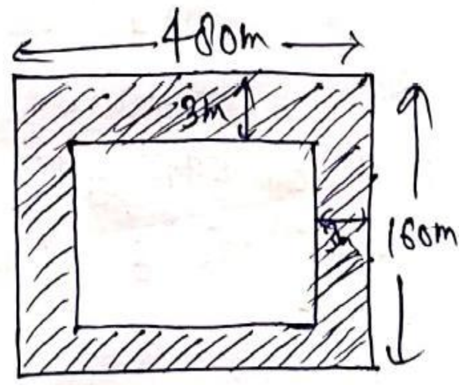
(5) एक आयताकार बगीचा 480 m x 160 m का है ! एक 3 मीटर चौड़ा रास्ता बगीचे के अंदर जाता है ! रास्ते का क्षेत्रफल क्या है ?

रास्ते का क्षे. = 2x (l +b -2x)

= 2 x 3 (480 + 160 -6)

= 6 x 634

= 3804 m^2



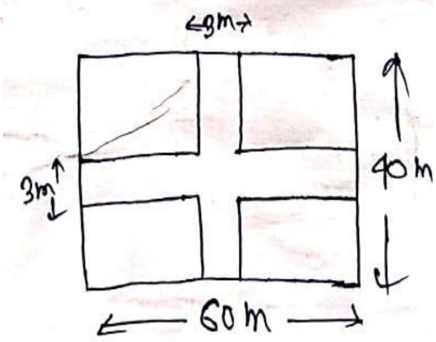
(6) एक आयताकार पार्क की लम्बाई 60 m तथा चोडाई 40 m है पार्क के बीचो – बीच 3 m चौड़ा रास्ता है ! रास्ते का क्षे. ज्ञात करे !

रास्ते का क्षे. = (lx +bx – x^2)

= (60 x 3 +40 x 3 – 3^2)

= 180 + 111

= 291 m^2



(7) किसी आयत का परिमाप 40 मीटर तथा लम्बाई 12 मी. है आयत की चौड़ाई ज्ञात करे ?

2 (l +b) = 40

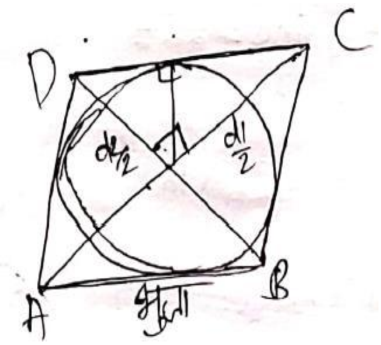
2 (12 +b) = 40

24 +2b = 40

2b = 16

समचतुर्भुज के अंदर बने वृत्त की त्रिज्या –

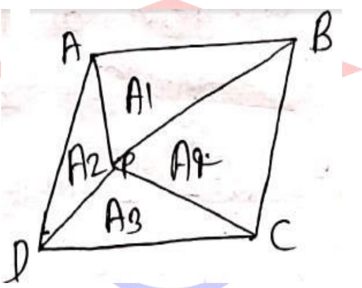
$r = \frac{d1 \times d2}{4\ (\text{भुजा})}$



समचतुर्भुज के अंदर कोई बिंदु p स्थित हो तब ,

$A_1 + A_3 = A_2 + A_4$

$A_1 = A_2 = A_3 = A_4$ (क्षेत्रफल को दर्शाते हैं)



समचतुर्भुज पर आधारित प्रश्न :-

(1) यदि किसी समचतुर्भुज के विकर्ण क्रमशः 16 cm व 12 cm हैं तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा ?

क्षे. $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12$

$= 96\ cm^2$

(2) 40 cm तथा 30 cm माप के विकर्ण वाले समचतुर्भुज का परिमाप ज्ञात कीजिए !

$DC^2 = 20^2 + 15^2$

$= 400 + 225$

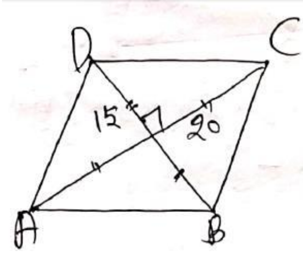
$= 625$

$DC = 25\ cm$

परिमाप $= 4a$

$= 4 \times 25$

$= 100\ cm$



(3) किसी समचतुर्भुज के विकर्ण पर बने वर्गों का योग 400 m है ! समचतुर्भुज की भुजा ज्ञात करे ?

$d_1^2 + d_2^2 = 4\ (side)^2$

$4\ (side)^2 = 400$

$side^2 = 100$

$side = 10\ m$

(4) एक समचतुर्भुज जिसका विकर्ण BD = 8 cm है ! LA = 60° है ! तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा ?

समबाहु Δ का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ भुजा²

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 \times 8$

$= 16\sqrt{3}\ cm^2$

समचतुर्भुज का क्षे. $= 2 \times 16\sqrt{3}$

$= 32\sqrt{3}\ cm$

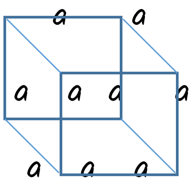
क्षेत्रमिति(3D)

घन (Cube) :-

घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$

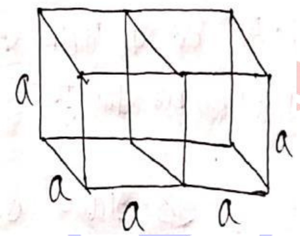
सम्पूर्ण पृष्ठ क्षे. = $6a^2$

घन का विकर्ण = $\sqrt{3}a$



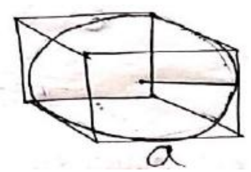
दो घन का आयतन = $2a^3$

दो घन का कुल पृष्ठ क्षे. = $10a^2$



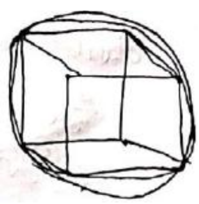
घन के अंदर गोले की त्रिज्या –

त्रिज्या (r) = $\frac{\text{भुजा}}{2}$



घन के बाहर बने गोले की त्रिज्या –

त्रिज्या = $\frac{\text{विकर्ण}}{2}$



घन पर आधारित प्रश्न :-

(1) एक 648 सेमी² सम्पूर्ण पृष्ठ वाले घन से 72 सेमी² सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल वाले कितने छोटे-छोटे घन बनाये जा सकते है ?

$6a_1^2 \quad : \quad 6a_2^2$

$a_1^2 \quad : \quad a_2^2$

$648 \quad : \quad 72$

$9 \quad : \quad 1$

$a_1 \quad : \quad a_2 = \quad 3 : 1$

आयतन = $a_1^3 \quad : \quad a_2^3$

$3^3 \quad : \quad 1^3 \times n$

$n \quad = \quad 27$ ans.

(2) यदि एक घन के विकर्ण की लम्बाई $8\sqrt{3}$ सेमी. है ! तो सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा ?

भुजा $\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

भुजा = 8

पृष्ठीय क्षे. = $6a^2$

$= 6 \times 8^2$

$= 384\ cm^2$

(3) 729 घन सेमी. आयतन वाले घन के विकर्ण की लम्बाई क्या होगी !

घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$

$(\text{भुजा})^3 = 729$

भुजा = $\sqrt{729}$

भुजा = 9

घन के विकर्ण = भुजा $\sqrt{3}$ = $9\sqrt{3}$ ans.

(4) यदि किसी घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 96 सेमी.^{2} है तो इसका आयतन है ?

$6a^2 = 96$ आयतन $= a^3$

$a^2 = 16$ $= (4)^3$

$a = 4$ $= 64\ cm^3$

(5) तीन घन की भुजाएँ क्रमशः 30cm, 40cm, तथा 50cm है इनको पिघलाकर एक घन बनाया जाये तो नये घन की सभी सतहों का कुल क्षेत्रफल क्या होगा ?

$V^3 = (30)^3 + (40)^3 + (50)^3$

$= 27000 + 64000 + 125000$

$V^3 = 216000$

$V = 60cm$

कुल पृष्ठ क्षे. $= 6 \times$ (भुजा)^2

$= 6 \times 60^2$

$= 6 \times 3600$

$= 21600\ cm^2$

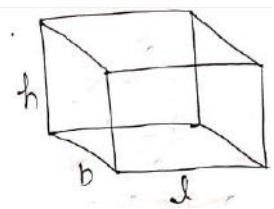
<u>घनाभ (Cuboid) :-</u>

आयतन $= l \times b \times h$

सम्पूर्ण पृष्ठ क्षे. $= 2\ (lb + bh + hl)$

चारों दीवारों का क्षे. $= 2\ (l + b) \times h$

विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$



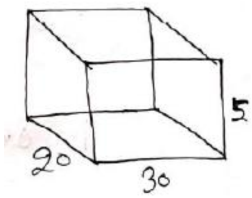
(1) किसी घनाभ से काटे जा सकने वाले बड़े से बड़े घन का आयतन क्या होगा जिसकी भुजाये क्रमशः 30 cm, 20 cm तथा 5 cm है ?

(l,b,h) max. H.C.F of $l \times b \times h$

(30,20,5)

घन का आयतन $= 5^3$

$= 125\ cm^3$



(2) एकांक घनमीटर धातु से 6 एअर की चादर बनायीं गयी चादर की मोटाई ज्ञात कीजिए !

$1 = 6 \times h$ 1 एअर $= 10000\ m^2$

$1 = 6 \times 10000 \times h$

$h = \frac{1}{60000}\ m^2 = \frac{1}{60000} \times 10000\ cm^2 = \frac{1}{6}\ cm^2$

(3) 6 मीटर भुजा के ठोस घन को पिघलकर 5 मीटर लम्बा तथा 5 मीटर चौड़ा कितना ऊँचा ठोस बनाया जा सकता है

$6 \times 6 \times 6 = 5 \times 5 \times h$

$h = \frac{216}{25}$

$h = 8.64\ m$

(4) लोहे की एक चादर 27 cm लम्बी , 8 cm चौंडी तथा 1 cm मोटी है ! इसे पिघलकर

$= (100 \times \left(\frac{100-20}{100}\right)^3$

$= [100 \times \left(\frac{80}{100}\right)^3] = 100 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3$

$= \frac{256}{5}$ liter = 51.2 liter

अतः अभीष्ट % = 51.2%

(7) 200 gm की एक मिश्रधातु में जस्ता और तांबा 5 : 3 के अनुपात में है इसमें कितने ग्राम तांबा मिलाया जाये ताकि यह अनुपात 3 : 5 हो जाये?

हल→ ताम्बे से

$\frac{5}{8}$ 0

      $\frac{3}{8}$

$\frac{3}{8}$ $\frac{2}{8}$

3   :   2

$\frac{2}{3} \times 200 = 133\frac{1}{3}$ Ans

अध्याय – 19

आयु (AGE)

सामान्यतः

\# आयु के अधिकांश question आनुपातिक रूप में पूछे जाते हैं ! इन्हें हल करने के सरलतम तरीकों में से unit method ज्यादा use लेने से कम समय में स्लोवे हो जाता है !

जैसे:- A व B की वर्तमान आयु का अनुपात 4 : 5 तथा 10 साल बाद इनकी आयु का अनुपात 6 : 7 होगा तो वर्तमान आयु का अनुपात ज्ञात कीजिए !

वर्तमान   4 : 5

अनुपात = 2 unit = 10 साल

10 साल बाद 6 : 7   1 unit = 5 साल

तो आयु (वर्तमान) अनुपात 20 : 25

\# आयु के प्रश्नों में जब समय वर्ष में 'पहले ' या ' बाद ' में दिया जाता तो

x वर्ष पहले , x वर्ष पहले = घटेंगे (-)

x वर्ष पहले x वर्ष बाद = + (जुड़ेंगे)

x वर्ष बाद x वर्ष बाद = घटेंगे (-)

x वर्ष बाद x वर्ष पहले = जुड़ेंगे (+)

जैसे- 5 वर्ष पहले पिन्टू की आयु 15 वर्ष थी तो 7 वर्ष बाद पिन्टू की आयु क्या होगी?

5 वर्ष पहले + 7 वर्ष बाद = 12

15 + 12 = 27 वर्ष होगी 7 वर्ष बाद

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

यदि आयु में अनुपात हो और उनका गुणनफल किसी संख्या के बराबर दिया हो तो हम अनुपात में x मानेगें !

जैसे 7 : 3 तो 7x : 3x

किसी अनुपात के पदों में कोई संख्या direct नहीं जोड़ सकते हैं जैसे 7 : 5 के अनुपात में दोनों पक्षों में 8 जोड़नें के पहले 7x 5x बनाना पड़ेगा उसके बाद + 8 होगा !

जैसे 7x : 5x में 8 add करने पर

7x + 8 : 5x + 8

आयु के प्रश्नों में किसी की आयु व्यक्ति की आयु का ' गुना' अधिक होने का कार्य

पाँच गुना अधिक का अर्थ = 6 गुना

7 गुना अधिक का अर्थ = 8 गुना

जैसे 16 वर्ष पहले दादा की आयु उसके पोते से 8 गुना अधिक थी

Means , दादा पोता

9x x

यदि आयु प्रश्न में दो या दो से अधिक व्यक्तियों की आयु का अनुपात देकर सबसे छोटे या बड़े व्यक्ति की आयु पूछे तों unit method से करें !

जैसे:- A, B तथा C की आयु का अनुपात 3 : 5 : 7 है। तथा तीनों की औसत आयु 20 वर्ष है तो सबसे छोटे व्यक्ति की आयु ज्ञात कीजिये।

हल ;-

A B C

3 : 5 : 7

given औसत = 20 वर्ष

कुल आयु = 3 × 20 =60 वर्ष

कुल यूनिट = 3 + 5 + 7 = 15 unit

15 unit = 60 वर्ष

1 unit = 4 वर्ष

तो सबसे छोटा व्यक्ति यानि A की आयु

3 × 4 = 12 वर्ष **ans.**

- 4 व्यक्तियों की आयु का वर्तमान योग 120 वर्ष है 3 साल बाद उनकी आयु का योग कितना हैं !

Solution :-

4 व्यक्तियों की आयु का योग = 120

3 साल बाद = 3 x 4 = 12

= 120 + 12 = 132

5 साल बाद = 5 x 4 = 20

= 120 + 20

= 140

5 साल पहले = 5 × 4 = 20

= 120 − 20 = 100

Q.1 सुमित और प्रकाश की आयु का वर्तमान अनुपात 2 : 3 हैं ! सुमित , प्रकाश से 6 वर्ष छोटा हैं ! तदनुसार 6 वर्षों बाद , सुमित और प्रकाश की आयु का अनुपात कितना हो जायेगा ?

(a) 2 : 3 (c) 4 : 3
(b) 1 : 2 (d) 3 : 4

Solution :-

5 : 7 हो जायेगा ! उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए !

Solution :- 4 वर्ष पहले A B

2x : 3x

4 वर्ष पश्चात् 2x + 8 3x + 8

5 : 7

$\frac{2x+8}{3x+8} = \frac{5}{7}$ = 14x + 56 = 15x + 40

x = 16

4 वर्ष पहले 32 : 48

वर्तमान = 32+4 48+4 = 36 : 52

Q.16 तीन लड़कियों की औसत आयु 20 वर्ष हैं तथा उनकी आयु 3 : 5 : 7 के अनुपात में हैं ! सबसे छोटी लड़की की आयु है –

Solution :- A B C

3 : 5 : 7

औसत = 20

कुल = 3 × 20 = 60

8 + 7 = 15

15 = 60

1 = 4

12 : 20 : 28

सबसे छोटी = 12

Q.17 किसी व्यक्ति से उसकी आयु बताने को कहा गया ! उसका उत्तर था 'तीन वर्ष बाद की मेरी आयु लीजिए , उसे 3 से गुणा कीजिए, गुणनफल में से तीन पहले की मेरी आयु के तिगुने को घटाइए और फिर आपको उत्तर प्राप्त हो जायेगा , कि मेरी वर्तमान आयु क्या है ! ' उस व्यक्ति की वर्तमान आयु क्या थी ?

(a) 24 वर्ष (c) 32 वर्ष
(b) 20 वर्ष (d) 18 वर्ष

Solution :- माना वर्तमान आयु = x

(x + 3) 3 – (x – 3) × 3

= 3x + 9 - 3x + 9

= 18 वर्ष

Some Examples

(1) मैं अपने पुत्र से तिगुनी आयु का हूँ, 15 वर्षों बाद मैं अपने पुत्र की दोगुनी आयु का हो जाऊंगा तदनुसार हम दोनों की आयु का योग कितना हैं ?

हल→ वर्तमान आयु का अनुपात = पिता : पुत्र

3 n : n

15 वर्षों बाद = $\frac{3n+15}{n+15} = \frac{2}{1}$

= 3 n + 15 = 2 n + 30

n = 15

पिता + पुत्र = 45 + 15 = 60 वर्ष

(2) पिता की आयु अपने पुत्र की आयु के तिगुने से 3 वर्ष अधिक है तीन वर्ष बाद पिता की आयु , पुत्र की आयु के दोगुने से 10 वर्ष अधिक होगी पिता की वर्तमान आयु हैं ?

हल→ पुत्र : पिता

वर्तमान आयु = n 3n + 3

3 वर्ष बाद = n + 3   3n + 3 + 3

3 n + 6

= (3 n+6) = 2 (n+3) + 10

3 n + 6 = 2 n + 6 + 10

n = 10

पिता की आयु = 3 n + 3

= 10 × 3 + 3 = 33 वर्ष

(3) मीरा तथा प्रिया की वर्तमान आयु का अनुपात क्रमशः 3 : 4 है 10 वर्ष पूर्व आयु का अनुपात क्रमशः 4 : 7 था, इनकी आयु का अनुपात क्रमशः 5 वर्ष बाद मीरा की आयु कितनी होगी ?

हल→ माना मीरा की वर्तमान आयु = 3 n

प्रिया की वर्तमान आयु = 4 n

= 10 वर्ष पूर्व इनकी आयु का अनुपात = $\frac{3n-10}{4n-10}$

= $\frac{4}{7}$

= 7 (3 n – 10) = 4 (4 n – 10)

= 21 n – 70 = 16 n – 40

n = 6

5 वर्ष बाद मीरा की आयु = (3 n + 5)

= (3 × 6 + 5) = 23 वर्ष

(4) एक व्यक्ति तथा उसकी पुत्री की औसत आयु 34 वर्ष है 4 वर्ष बाद उनकी आयु का अनुपात 14 : 5 होगा पुत्री की वर्तमान आयु कितनी हैं ?

हल→ पिता तथा पुत्री की आयु का योग = 34 X 2

= 68 वर्ष

माना 4 वर्ष बाद इनकी आयु क्रमशः 14n वर्ष तथा 5n वर्ष

इनकी वर्तमान आयु क्रमशः (14n – 4) तथा (5n – 4)

∴ 14 n – 4 + 5 n – 4 = 68

= 19 n = 76

n = 4

पुत्री की वर्तमान आयु = (5 × 4-4) = 16 वर्ष

(5) विना की वर्तमान आयु 15 वर्ष है विना तथा राहुल की वर्तमान आयु का अनुपात क्रमशः 5 : 7 है दिनेश तथा राहुल की वर्तमान आयु का अनुपात क्रमशः 5 : 3 है । 4 वर्ष बाद दिनेश की आयु कितनी होगी ?

हल→ माना विना की आयु = 5 n वर्ष

राहुल की आयु = 7 n वर्ष

∴ 5 n = 15 = n = 3

∴ विना की आयु = 15 तथा

राहुल की आयु = 7 × 3 = 21 वर्ष

माना दिनेश की वर्तमान आयु = 5 y वर्ष

राहुल की आयु = 3 y

∴ 3 y = 21 = y = 7

दिनेश की आयु = (5 × 7) = 35 वर्ष

4 वर्ष बाद दिनेश की आयु = (35 + 4)

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

RAS PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=1253s

Rajasthan CET Gradu. Level - https://youtu.be/gPqDNlc6UR0

Rajasthan CET 12th Level - https://youtu.be/oCa-CoTFu4A

RPSC EO / RO - https://youtu.be/b9PKjl4nSxE

VDO PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856WI8&t=202s

Patwari - https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD – 2021 - https://youtu.be/2gzzfJyt6vI

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 प्रश्न आये
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
RPSC EO/RO	14 मई (1st Shift)	95 (120 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21नवम्बर2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

नोट्स खरीदने के लिए इन लिंक पर क्लिक करें

Whatsapp – https://wa.link/ij0u1e

Online order – https://bit.ly/ssc-cpo-notes

Call करें - 9887809083